

Facoltà di Ingegneria

Compito scritto di Fisica I - 18.9.2006

Esercizio n.1

Su un blocco di massa $M = 1$ kg, appoggiato sopra un piano orizzontale scabro ed inizialmente fermo rispetto al piano, comincia ad agire, all'istante $t = 0$ s, una forza costante orizzontale di modulo $F = 20$ N. La forza cessa di agire all'istante $t_1 = 10$ s, istante in cui la velocità del blocco ha modulo v_1 .

Il coefficiente di attrito tra il blocco ed il piano è μ .

Dopo la cessazione della forza, il blocco continua il suo moto sul piano orizzontale e si ferma all'istante $t_2 = 25$ s. Calcolare:

- il modulo della velocità v_1
- il coefficiente di attrito μ tra il blocco ed il piano
- la distanza percorsa dal blocco nel tempo t_1
- il lavoro fatto dalla forza \vec{F}
- il lavoro fatto dalla forza di attrito
- la distanza totale percorsa dal blocco (distanza percorsa nel tempo t_2)

Rispondere quindi alle seguenti domande:

1. la velocità del blocco all'istante t_1 ha espressione

- A. $v_1 = \frac{F}{M} t_1$
- B. $v_1 = \mu g t_1$
- C. $v_1 = \frac{-\mu F + Mg}{M} t_1$
- D. $v_1 = \frac{F - \mu Mg}{M} t_1$ (*)

2. dopo la cessazione della forza \vec{F} , per $t_1 < t \leq t_2$, l'accelerazione del blocco risulta

- A. $a = 0$
- B. $a = -\mu g$ (*)
- C. $a = -\frac{F}{M}$
- D. $a = -\frac{\mu g}{M}$

3. il coefficiente di attrito tra blocco e piano orizzontale vale:

- A. 0.02
- B. 0.41
- C. 0.82 (*)
- D. 0.97

4. la distanza percorsa dal blocco nel tempo t_1 vale:

- A. 50 m
- B. 230 m
- C. 400 m
- D. 600 m (*)

5. il lavoro fatto della forza \vec{F} vale:

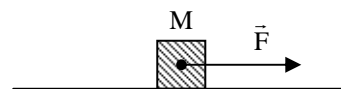
- A. 3 kJ
- B. 7 kJ
- C. 12 kJ (*)
- D. 15 kJ

6. il lavoro fatto della forza di attrito è:

- A. -12 kJ (*)
- B. -19 kJ
- C. -23 kJ
- D. -34 kJ

7. la distanza totale percorsa dal blocco è

- A. 600 m
- B. 900 m
- C. 1500 m (*)
- D. 1800 m



Esercizio n.2

Su un piano inclinato di un angolo $\alpha = 10^\circ$ rispetto alla orizzontale è posto un cilindro di ferro (densità del ferro $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$) di raggio $R = 12 \text{ cm}$ ed altezza $a = 40 \text{ cm}$. Il cilindro viene abbandonato ad una quota $h = 2.5 \text{ m}$ con velocità iniziale nulla.

Si calcoli:

- la velocità con cui il cilindro raggiunge la base del piano inclinato nell'ipotesi che strisci senza attrito sul piano
- la velocità con cui il cilindro raggiunge la base del piano inclinato nell'ipotesi che esso rotoli senza strisciare (puro rotolamento)

Rispondere quindi alle seguenti domande

8. Il momento di inerzia del cilindro rispetto al suo asse è:

- A. 30.6 kg m^2
- B. 18.9 kg m^2
- C. 11.5 kg m^2
- D. $1.04 \text{ kg m}^2 (*)$

9. Nel caso in cui il cilindro striscia senza attrito sul piano inclinato, la velocità alla base del piano inclinato è

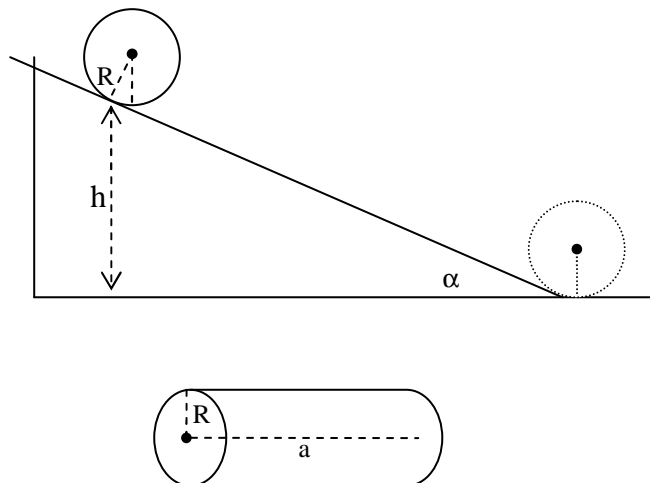
- A. $7 \frac{\text{m}}{\text{s}} (*)$
- B. $13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- C. $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- D. $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

10. Nel caso in cui il cilindro rotola senza strisciare sul piano inclinato, la velocità (del suo centro di massa) alla base del piano inclinato è

- A. $1.20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- B. $5.70 \frac{\text{m}}{\text{s}} (*)$
- C. $9.75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- D. $8.27 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

11. Nel caso in cui il cilindro rotola senza strisciare sul piano inclinato, il lavoro fatto dalla forza di attrito quando il cilindro si sposta dalla quota h alla base del piano inclinato è

- A. 36 J
- B. 24 J
- C. 9 J
- D. $0 \text{ J} (*)$

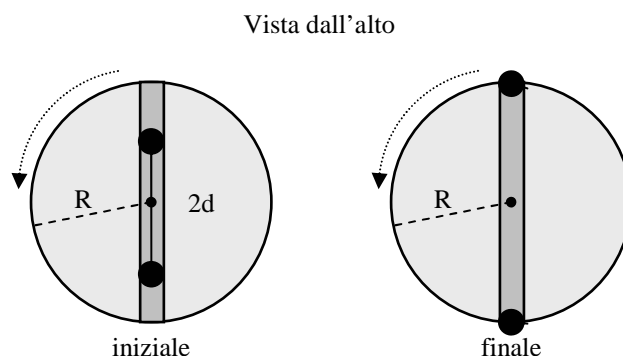


Esercizio n.3

Un disco di massa $M = 2 \text{ kg}$ e raggio $R = 10 \text{ cm}$ ruota in un piano orizzontale, in assenza di forze esterne, con velocità

angolare costante $\omega = 30 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. In un incavo scavato

diametralmente nel disco sono alloggiati due sferette, assimilabili a punti materiali e ciascuna di massa $m = 200 \text{ g}$, collegate da un filo di massa trascurabile e lunghezza $2d$ ($d = 4 \text{ cm}$ è la distanza tra ciascuna sferetta ed il centro del disco = punto intorno a cui ruota il disco).



Si rompe il filo e le sferette si portano al bordo del disco, restandovi attaccate.

Supponendo assenti tutti gli attriti, in questa nuova configurazione (sferette al bordo del disco), si calcoli la velocità angolare del sistema, la sua energia cinetica e la sua quantità di moto rispetto ad un sistema solidale alla terra. Si calcoli inoltre il lavoro di tutte le forze interne nel passaggio dalla configurazione iniziale a quella finale.

Rispondere quindi alle seguenti domande:

12. Nella configurazione iniziale, il momento d'inerzia del sistema disco+sferette rispetto ad un asse passante per il centro del disco e ad esso perpendicolare vale:
 - A. $9.081 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$
 - B. $0.054 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$
 - C. $5.122 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$
 - D. $1.064 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$ (*)
13. La velocità angolare finale del sistema disco+sferette vale
 - A. $22.8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (*)
 - B. $7.1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
 - C. $1.3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
 - D. $53.1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
14. L'energia cinetica del sistema disco+sferette nella configurazione finale vale
 - A. 0.46 J
 - B. 3.64 J (*)
 - C. 7.02 J
 - D. 13.6 J
15. La quantità di moto del sistema disco+sferette nella configurazione finale ha modulo
 - A. $0 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (*)
 - B. $2.34 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 - C. $7.21 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 - D. $10.08 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
16. Il lavoro delle forze interne nel passaggio dalla configurazione iniziale a quella finale è
 - A. -22.5 J
 - B. -11.9 J
 - C. -1.14 J (*)
 - D. 0 J

Altre domande

17. Un punto materiale si muove di moto rettilineo con legge oraria $x(t) = 5t - 4t^4$, dove la posizione x è espressa in metri ed il tempo t in secondi. All'istante $t = 1 \text{ s}$, la velocità del punto materiale vale
 - A. $-11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (*)
 - B. $54 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 - C. $-6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 - D. $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
18. Un punto materiale si muove di moto uniforme lungo una circonferenza di raggio $r = 1 \text{ m}$. La sua velocità angolare è $\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. La sua accelerazione tangenziale vale:
 - A. $0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (*)

- B. $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- C. $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- D. $100 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

19. Un punto materiale si muove di moto uniforme lungo una circonferenza di raggio $r = 1 \text{ m}$. La sua velocità angolare è $\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. La sua accelerazione normale o centripeta vale:

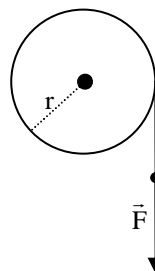
- A. $0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- B. $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- C. $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- D. $100 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (*)$

20. Tre punti materiali A, B, e C hanno masse $m_A = 1\text{kg}$, $m_B = 3\text{kg}$ e $m_C = 5\text{kg}$ e sono collocate nelle posizioni $A \equiv (1,0,0)$, $B \equiv (1,-2,1)$, $C \equiv (0,0,3)$ (unità arbitrarie). Il centro di massa del sistema è il punto di coordinate

- A. $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{9}, 2\right)$
- B. $\left(\frac{2}{9}, -\frac{2}{3}, \frac{5}{4}\right)$
- C. $\left(\frac{4}{9}, -\frac{2}{3}, 2\right) (*)$
- D. $\left(-3, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

21. Un disco omogeneo di massa $m = 1 \text{ kg}$ e raggio $r = 1 \text{ m}$ è libero di ruotare intorno ad un asse fisso orizzontale passante per il suo centro. Sul bordo del disco è avvolto un filo inestensibile e di massa trascurabile che viene tirato con una forza costante $F = 5 \text{ N}$. L'accelerazione angolare del disco vale:

- A. $1 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$
- B. $5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$
- C. $10 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} (*)$
- D. $20 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$



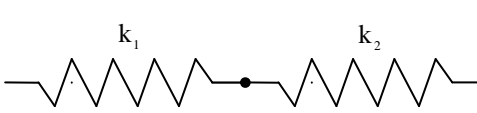
22. Una pallina di massa $m = 100 \text{ g}$, lanciata orizzontalmente, colpisce un muro e rimbalza nella stessa direzione. Il modulo della velocità, 60 m/s , non viene cambiato dall'urto (urto elastico). L'impulso della reazione del muro nella durata dell'urto risulta:

- A. 5 Ns
- B. $12 \text{ Ns} (*)$
- C. 18 Ns
- D. 24 Ns

23. La forza $\vec{F} = 1\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ è applicata nel punto individuato dal vettore posizione $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{k}$ in un sistema di riferimento S. La forza e la posizioni sono espressi in N e m rispettivamente. Il momento della forza rispetto all'origine del sistema di riferimento S, espresso in Nm, è:

- A. $\vec{\tau} = -3\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$
- B. $\vec{\tau} = 5\hat{i} - 6\hat{k}$
- C. $\vec{\tau} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$
- D. $\vec{\tau} = -3\hat{i} - 7\hat{j} + 6\hat{k} (*)$

24. Due vettori sono paralleli se

- A. La loro somma è nulla
 B. La loro differenza è nulla
 C. Il loro prodotto scalare è nullo
 D. Il loro prodotto vettoriale è nullo (*)
25. In un campo di forza conservativo, il lavoro per spostare una particella dal punto A al punto B lungo un cammino Γ_1 vale 10 J mentre quello per spostare la particella da B a C lungo il cammino Γ_2 vale -3 J (la particella è ferma in A, B e C). Il lavoro per spostare la particella dal punto A al punto C lungo un cammino Γ vale:
 A. 13 J
 B. 7 J (*)
 C. 10 J
 D. -3 J
26. In un campo di forza conservativo, il lavoro per spostare una particella dal punto A al punto B lungo un cammino Γ_1 vale 10 J. Il lavoro per spostare la particella dal punto B al punto A lungo un cammino $\Gamma_2 \neq \Gamma_1$ vale (la particella è ferma in A e B):
 A. -10 J (*)
 B. 10 J
 C. 20 J
 D. -20 J
27. Per forza conservativa si intende:
 A. Una forza che non dipende dalla posizione
 B. Una forza che non varia nel tempo
 C. Una forza il cui lavoro non dipende dal cammino che si segue per andare da un punto ad un altro (*)
 D. Una forza che non compie lavoro
28. Una molla di costante elastica k, compressa di un tratto Δx , possiede una energia potenziale elastica
 A. $U = -k \Delta x$
 B. $U = -\frac{1}{2}k \Delta x$
 C. $U = \frac{1}{2}k \Delta x^2$ (*)
 D. $U = -\frac{1}{2}k \Delta x^2$
29. Due molle di costante elastiche k_1 e k_2 , collegate come in figure (collegamento in serie), sono equivalenti ad una singola molla di costante elastica k di valore
 A. $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ (*)
 B. $k = \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2}$
 C. $k = k_1 + k_2$
 D. $k = k_1 - k_2$
- 
30. Un uomo, che ha massa 75 kg, si trova all'interno di un ascensore, in piedi sopra una bilancia a molla. Qual è il valore segnato dalla bilancia (supponendo che questa sia calibrata in kg) quando l'ascensore inizia a salire con una accelerazione $a = 1.5 \frac{m}{s^2}$
 A. 63.5 kg
 B. 86.5 kg (*)
 C. 75.0 kg
 D. 70.5 kg
31. A che altezza si può innalzare un libro di massa 0.5 kg utilizzando 1 J di energia?
 A. 2.3 m
 B. 1.8 m
 C. 0.9 m
 D. 0.2 m (*)
32. Un proiettile di 2 g si conficca in un pezzo di legno. Entra con velocità 300 m/s e si ferma dopo essere penetrato per 5 cm in linea retta. Il lavoro compiuto dalle forze di attrito del legno sul proiettile vale
 A. -30 J
 B. -60 J

- C. -90 J (*)
D. -120 J
33. Quando una pietra cade senza attrito con l'aria
A. La sua energia cinetica si conserva
B. La sua energia potenziale gravitazionale si conserva
C. La sua energia cinetica si trasforma in energia potenziale gravitazionale
D. L'energia meccanica non varia (*)
34. Non si compie lavoro quando:
A. Si spinge una pesante scatola a velocità costante lungo un pavimento orizzontale con molte asperità
B. Si pianta un chiodo nel muro
C. Non c'è nessuna componente della forza parallela alla direzione del moto (*)
D. Non c'è nessuna componente della forza perpendicolare alla direzione del moto
35. Un carrello di massa M, fermo, è urtato frontalmente da un carrello di massa 2M che si muove con velocità di modulo V_0 . I due carrelli nell'urto rimangono agganciati e proseguono il moto con velocità di modulo
A. V_0
B. $\frac{2}{3}V_0$ (*)
C. $\frac{1}{3}V_0$
D. $\frac{3}{2}V_0$

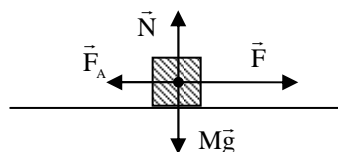
Soluzione

Esercizio n.1

Dalla seconda legge di Newton $\sum \vec{F} = M \vec{a}$, proiettando nella direzione del moto, si ottiene l'accelerazione del blocco:

$$\text{per } t \leq t_1: \quad F - \mu Mg = M a \rightarrow a = \frac{F - \mu Mg}{M}$$

$$\text{per } t_1 < t \leq t_2: \quad -\mu Mg = M a \rightarrow a = -\mu g$$



Il modulo della velocità v_1 è quindi:

$$v_1 = v(t_1) = \frac{F - \mu Mg}{M} t_1$$

Per $t_1 < t \leq t_2$ la velocità del blocco ha espressione

$$v = v_1 - \mu g(t - t_1)$$

Al tempo $t = t_2$, il blocco si ferma quindi:

$$v(t_2) = v_1 - \mu g(t_2 - t_1) = 0$$

Sostituendo nell'ultima equazione, l'espressione di v_1 , si ottiene il coefficiente di attrito:

$$\frac{F - \mu Mg}{M} t_1 - \mu g(t_2 - t_1) = 0 \rightarrow \mu = \frac{(F/M)t_1}{gt_2} = \frac{20\text{N} \cdot 10\text{s}}{1\text{kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 25\text{s}} = 0.816$$

La distanza percorsa dal blocco nel tempo t_1 vale

$$d_1 = \frac{1}{2} \frac{F - \mu Mg}{M} t_1^2 = 600.16 \text{ m}$$

Il lavoro fatto dalla forza F, che agisce nell'intervallo di tempo t_1 , vale

$$W_F = Fd_1 = 20\text{N} \cdot 600.16\text{ m} \approx 12\text{ kJ}$$

Il lavoro fatto dalla forza di attrito (che agisce nell'intervallo di tempo t_2), W_A , si può ottenere dal teorema dell'energia cinetica:

$$W_A + W_F = E_{c,fin} - E_{c,in} = 0 \rightarrow W_A = -W_F = -12\text{ kJ}$$

La distanza percorsa dal blocco dopo la cessazione della forza è

$$d_2 = v_1(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}\mu g(t_2 - t_1)^2 = \left(\frac{F}{M} - \mu g\right)t_1(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}\mu g(t_2 - t_1)^2 = 900.84\text{m}$$

La distanza totale percorsa dal blocco è quindi

$$d = d_1 + d_2 = 1501\text{m}$$

Esercizio n.2

Il momento d'inerzia del cilindro rispetto al suo asse centrale vale

$$I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}\rho(V)R^2 = \frac{1}{2}\rho(\pi R^2 a)R^2 = 1.042\text{ kg m}^2$$

Se il corpo scivola senza attrito tutti i suoi punti si spostano con la stessa velocità. Tale velocità alla base del piano inclinato può essere ottenuta con il teorema di conservazione dell'energia.

Supponendo nulla l'energia potenziale alla base del piano inclinato, si ha

$$Mg(h + R \cos \alpha) = \frac{1}{2}Mv^2 + MgR \rightarrow v = \sqrt{2g(h + R(\cos \alpha - 1))} \approx \sqrt{2gh} = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Se il corpo si muove sul piano inclinato di moto di puro rotolamento, all'energia cinetica di traslazione del centro di massa (CM) occorre aggiungere quella di rotazione intorno al CM. Bisogna inoltre tener conto che la velocità con cui in cilindro si sposta è data dalla velocità del CM, indicata con v_{CM} . Tale velocità è legata alla velocità angolare di rotazione ω intorno all'asse passante per il centro di massa dalla relazione $v = \omega R$.

Quindi:

$$Mg(h + R \cos \alpha) = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + MgR \rightarrow Mg(h + R \cos \alpha) = \frac{3}{4}Mv_{CM}^2 + MgR$$

da cui

$$v = 2\sqrt{\frac{1}{3}g[h + R(\cos \alpha - 1)]} \approx 2\sqrt{\frac{1}{3}gh} = 5.70 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Durante il moto di puro rotolamento la forza di attrito non compie lavoro perché applicata ad un punto istantaneamente fermo.

Esercizio n 3

Nella configurazione iniziale, quando cioè il filo non è rotto, il momento d'inerzia del sistema rispetto ad un asse passante per il centro del disco e ad esso perpendicolare vale

$$I_{in} = \frac{1}{2}MR^2 + 2md^2 = 1.064 \cdot 10^{-2}\text{ kg m}^2$$

Nella configurazione finale, il momento d'inerzia vale invece

$$I_{fin} = \frac{1}{2}MR^2 + 2mR^2 = 0.014\text{ kg m}^2$$

In assenza di forze esterne, e quindi di momenti delle forze esterne, si conserva il momento angolare. Quindi

$$I_{\text{in}} \omega_{\text{in}} = I_{\text{fin}} \omega_{\text{fin}} \rightarrow \omega_{\text{fin}} = \frac{I_{\text{in}} \omega_{\text{in}}}{I_{\text{fin}}} = 22.8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

L'energia cinetica finale del sistema è

$$E_{\text{c,fin}} = \frac{1}{2} I_{\text{fin}} \omega_{\text{fin}}^2 = 3.64 \text{ J}$$

Per inciso si noti che l'energia cinetica del sistema varia a causa del lavoro delle forze interne, che non contribuiscono invece alla variazione del momento angolare. Le forze interne sono le reazioni vincolari che costringono le sferette a muoversi lungo la scanalatura e le forze che arrestano le sferette quando queste giungono sul bordo del disco.

La quantità di moto del sistema è la quantità di moto del centro di massa, cioè del centro del disco, quindi è nulla.

Per calcolare il lavoro di tutte le forze interne durante il passaggio dalla configurazione iniziale a quella finale si può usare il teorema dell'energia cinetica:

$$E_{\text{c,fin}} - E_{\text{c,in}} = \frac{1}{2} I_{\text{fin}} \omega_{\text{fin}}^2 - \frac{1}{2} I_{\text{in}} \omega_{\text{in}}^2 = W_{\text{in}} + W_{\text{ext}} = W_{\text{in}}$$

$$W_{\text{in}} = (3.64 - 4.79) \text{ J} = -1.14 \text{ J}$$

essendo il lavoro delle forze esterne, W_{ext} , nullo.